

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение «Лицей №14  
имени Заслуженного учителя Российской Федерации А.М. Кузьмина»**

Рассмотрена на заседании  
методического совета  
протокол №1 от 27.08.2021г.



Утверждена  
приказ № 280 от 27.08.2021г.  
Директор \_\_\_\_\_ Г.Р.Любич

**Дополнительная общеразвивающая программа  
«МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СМЕКАЛКА»**

**Срок реализации - 1 год,  
для обучающихся среднего школьного возраста  
(7Ж класс)**

Количество часов в неделю: 1; в год: 35

Авторы-составители:

Климова Е.С.

Тамбов 2021

## Пояснительная записка.

*Направленность дополнительной образовательной программы – интеллектуально-познавательная.*

*Новизна, актуальность, педагогическая целесообразность.* К настоящему времени имеется не очень много методических разработок, посвященных такому сложному и творческому занятию, как решение олимпиадных задач. Ранее к разбору и систематизации этих задач обычно приступали в старших классах общеобразовательных школ. Но опыт передовых учителей последних лет говорит о том, что и в младших классах можно постепенно привлекать учеников к решению олимпиадных задач. В некоторых случаях свежее детское восприятие и фантазия позволяют учащимся и в столь раннем возрасте справляться с весьма сложными заданиями. Педагогу надо научиться среди большого многообразия олимпиадных задач выбрать те, которые могут оказаться посильными для учеников на основании тех знаний, которыми они овладели к настоящему времени. Это требует от педагога как хорошего знания основного материала, проходимого по обязательной школьной программе, так и тонкого понимания сущностей решения каждой конкретной олимпиадной задачи. Только в этом сочетании можно попытаться систематизировать некоторые методы решения олимпиадных задач и дать ученикам некоторые ориентиры для поисков решения.

Обычно у многих школьников слово "математика" ассоциируется со скучным решением однотипных задач, подстановкой разных чисел в одинаковые заученные формулы, аккуратным вычерчиванием по линейке геометрических фигур и графиков... Поэтому педагогически целесообразно на занятиях в кружках по математике показать, что это не так, что математика – это не набор задач, а способ мышления, что математика – это не скучное занятие, а интересный, красивый мир, знание которого оказывается нужным и в практической жизни. Новые по характеру задачи, для решения которых в первую очередь требуется смекалка, а уж потом конкретные математические факты, обладают громадным потенциалом в развитии способностей детей и часто способствуют повышению интереса к математике и повышению качества обучения.

*Цель дополнительной образовательной программы - выявление одаренных учащихся и привлечение их к систематическим внеклассным и внешкольным занятиям математикой.*

*Задачи дополнительной образовательной программы:*

*а) образовательные:*

- формирование у учащихся устойчивого интереса к математике;
- создание базиса для более легкого усвоения дальнейшего курса математики;
- овладение конкретными математическими навыками, необходимыми для решения практических задач.

*б) воспитательные:*

- воспитание средствами математики культуры личности через знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, понимание значимости математики для общественного прогресса;
- ориентация на профессии, существенно связанные с математикой.

*в) развивающие:*

- интеллектуальное развитие учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности;
- выявление и развитие математических способностей.

*Отличительные особенности данной образовательной программы.*

Программа предназначена для работы с одаренными детьми, предполагает, что ученики уже владеют в должной мере основными приемами и навыками в соответствующих разделах математики, им предлагаются задачи более высокого уровня сложности, для решения которых надо знать некоторые дополнительные разделы математики, применять различные многочисленные частные методы.

Программа включает в себя четыре раздела:

- I. Логические задачи.
- II. Целые числа.
- III. Элементы комбинаторики.
- IV. Методы решения текстовых задач.

*Возраст детей, участвующих в реализации данной дополнительной образовательной программы:* 12–13 лет.

*Сроки реализации дополнительной образовательной программы (продолжительность образовательного процесса, этапы):* 1 год (35 часов).

*Формы и режим занятий.* Занятия по форме отличаются от обычных уроков по математике. Условно такую форму занятий можно назвать «кружковой». Программа предполагает, что занятия будут проводиться систематически по 1 часу в неделю. Занятия сочетают такие формы работы, как лекции, семинары, практикумы по решению задач, математические игры, защита рефератов. Предполагается, что учащиеся получают домашние задания, которые они должны постараться выполнить к следующему занятию.

*Ожидаемые результаты и способы определения их результативности.*

В качестве ожидаемых результатов можно назвать:

- овладение конкретными математическими навыками, необходимыми для решения практических задач;
- получение знаний, необходимых для усвоения дальнейшего курса математики и дальнейшего развития математических способностей ребенка;
- формирование у учащихся устойчивого интереса к математике;
- рост интеллектуального уровня развития учащихся, формирование качеств мышления, характерных для математической деятельности;
- общее развитие ребенка, формирование у него представления о математике как части общечеловеческой культуры.

В результате реализации данной программы ученик должен **знать/уметь**

- методы нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного;
- понятие сравнения по модулю, свойства сравнений по модулю;
- методы решения логических задач;
- понятия размещения, перестановки, сочетания без повторений;
- решать задачи нахождение числа размещений, перестановок, сочетаний без повторений;
- решать текстовые задачи с помощью уравнений и систем уравнений;

- понятие диофантова уравнения и способов их решения;
- понятие об инварианте и полуинварианте;
- формулировку обобщенного принципа Дирихле, способ решения задач на применение принципа Дирихле;
- понятие графа, степени вершины графа;
- способы правильной и рациональной записи решений задач.

Определение результативности проводимой работы можно производить следующими способами:

- выдача домашних заданий с последующими проверками, разборами задач;
- проведение домашних олимпиад с определением победителей;
- выпуск «математических газет», в которых учащиеся пытаются осветить некоторые вопросы математики;
- участие в различных математических конкурсах, проводимых в стране (например, турнир имени Савина, проводимый журналом «Квант», международный математический конкурс «Кенгуру» и другие).

*Формы подведения итогов реализации дополнительной образовательной программы.* Итоги реализации дополнительной образовательной программы подводятся на основе анализа результатов олимпиад, проводимых в различных формах: устные олимпиады, коллективные олимпиады, математические регаты, домашние олимпиады, заочные олимпиады, математический конкурс «Кенгуру» и другие.

### Учебно-тематический план.

- I. Логические задачи.
- II. Целые числа.
- III. Элементы комбинаторики.
- IV. Методы решения текстовых задач.

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Вид занятия	
			теория	практика
	<b>I. Логические задачи.</b>	<b>11</b>	<b>3</b>	<b>8</b>
1	Сюжетные логические задачи (нахождение соответствия между множествами).	1	-	1
2	Операции над высказываниями. Рыцари, лжецы, хитрецы.	2	1	1
3	Задачи на переливание.	1	-	1
4	Задачи на взвешивание.	1	-	1
5	Принцип Дирихле.	1	-	1
6	Понятие об инварианте и полуинварианте. Виды инвариантов и полуинвариантов.	2	1	1
7	Игры. Игры – преследования.	1	-	1
8	Графы.	2	1	1

	<b>II. Целые числа.</b>	<b>14</b>	<b>5</b>	<b>9</b>
9	Простые и составные числа. Разложение на множители.	1	-	1
10	Остатки. Свойства остатков.	2	1	1
11	Сравнение по модулю.	2	1	1
12	Признаки делимости и другие системы счисления.	2	1	1
13	НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Решение задач.	2	-	2
14	Линейные уравнения с двумя переменными.	2	1	1
15	Уравнения в цифрах.	1	-	1
16	Решение уравнений в целых числах.	2	1	1
	<b>III. Элементы комбинаторики.</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
17	Комбинаторные задачи. Правила суммы и произведения.	2	1	1
18	Размещения, перестановки, сочетания без повторений.	2	1	1
	<b>IV. Методы решения текстовых задач.</b>	<b>7</b>	<b>1</b>	<b>6</b>
19	Методы решения задач на движение.	1	-	1
20	Методы решения задач на работу и планирование.	1	-	1
21	Методы решения задач на концентрацию вещества. Смеси и сплавы.	2	-	2
22	Понятие о задачах линейного программирования.	2	1	1
	<b>Итого</b>	<b>35</b>	<b>11</b>	<b>24</b>

### Содержание программы.

**Тема № 1.** Сюжетные логические задачи (нахождение соответствия между множествами).

*Практика:* решение задач на установление соответствия, удовлетворяющего условию, между элементами нескольких множеств. Решение задач, в условии которых есть ложные и истинные высказывания.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 1.5, 1.7, 1.8, 1.11, 1.19, 1.20, 1.22.

**Тема № 2.** Операции над высказываниями. Рыцари, лжецы, хитрецы.

*Теория:* отрицание высказывания. Сумма высказываний (дизъюнкция). Произведение высказываний (конъюнкция). Импликация высказываний. Истинность и ложность дизъюнкции, конъюнкции, импликации высказываний.

*Практика:* решение логических задач по теме «Рыцари, лжецы, хитрецы».

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 2.23, 2.28, 2.36, 2.43, 2.45-2.49.

### **Тема № 3.** Задачи на переливание.

*Практика:* рассматриваются задачи на переливание жидкости с использованием двух или трех сосудов, задачи об измерении времени песочными часами, задачи о смешивании жидкостей.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 3.1, 3.3, 3.4, 3.5, 3.13, 3.15, 3.16, 3.17

### **Тема № 4.** Задачи на взвешивание.

*Практика:* решение задач на нахождение фальшивых монет с помощью чашечных весов без гирь (фальшивые монеты легче или тяжелее настоящих). Решение задач на разбиение некоторого множества предметов (гирь, кубиков) на подмножества с помощью взвешивания.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 4.1, 4.2, 4.6, 4.9, 4.15, 4.22.

### **Тема № 5.** Принцип Дирихле.

*Теория:* формулировка обобщенного принципа Дирихле. Принцип Дирихле и делимость целых чисел.

*Практика:* решение задач на использование обобщенного принципа Дирихле.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 5.11-5.15, 5.18-5.22.

### **Тема № 6.** Понятие об инварианте и полуинварианте. Виды инвариантов и полуинвариантов.

*Теория:* понятие об инварианте. Четность и раскраска как примеры инварианта. Понятие о полуинварианте.

*Практика:* решение задач о сумме цифр числа, где остатки от деления на 3 и на 9 используются как инвариант. Применение полуинварианта для доказательства остановки процессов.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 9.13-9.16, 9.37, 9.45.

### **Тема № 7.** Игры. Игры – преследования.

*Теория:* примеры математических игр и методы их решения.

*Практика:* использование идеи соответствия, решения с конца, передачи хода для доказательства победы и ничьей. Нахождение выигрышной стратегии в играх – преследованиях.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 10.1-10.5, 10.12, 10.33, 10.90.

### **Тема № 8.** Графы.

*Теория:* понятие графа. Степень вершины графа. Задача о кенигсбергских мостах. Эйлеровы графы. Понятие связного графа. Плоские графы и теорема Эйлера. Ориентированные графы. Знакомства.

*Практика:* решение задач по рассматриваемой теме.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 6.1-6.11.

### **Тема № 9.** Простые и составные числа. Разложение на множители.

*Теория:* простые и составные числа. Разложение чисел на простые множители, разложение алгебраических выражений на множители (с помощью формул сокращенного умножения). Основная теорема арифметики.

*Практика:* использование основной теоремы арифметики для решения задач, в том числе на доказательство.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 11.3-11.5, 11.24, 11.26, 11.31, 11.43, 11.44, 11.56-11.58.

### **Тема № 10.** Остатки. Свойства остатков.

*Теория:* формула деления с остатком. Формулировка и доказательство свойств остатков. Нахождение остатков от деления суммы, разности и произведения чисел.

*Практика:* решение задач на нахождение последней цифры значения числового выражения. Решение задач на доказательство делимости алгебраических выражений на число.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 11.104-11.115, 11.121-11.126.

### **Тема № 11.** Сравнение по модулю.

*Теория:* понятие сравнения по модулю. Формулировка и доказательство свойств сравнений по модулю.

*Практика:* решение задач на составление общей формулы чисел, сравнимых по модулю. Решение задач на нахождение последней цифры значения числового выражения с помощью сравнений по модулю.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 11.174-11.179, 11.198.

### **Тема № 12.** Признаки делимости и другие системы счисления.

*Теория:* признак Паскаля. Сравнимость любого натурального числа с суммой своих цифр по модулю 3 и 9. Двоичная система счисления. Перевод чисел из одной системы счисления в другую.

*Практика:* решение задач на использование признаков делимости. Использование двоичной системы счисления для решения задач на взвешивание.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 11.212-11.214, 11.216, 11.218.

Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: кн. для учащихся 5-7 кл. – М.: Просвещение, 2005. Задачи №№ 831,832.

**Тема № 13.** НОД. НОК. Алгоритм Евклида. Решение задач.

*Теория:* наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Методы нахождения наибольшего общего делителя и наименьшего общего кратного. Зависимость между НОД и НОК двух чисел. Алгоритм Евклида с вычитанием. Алгоритм Евклида с делением.

*Практика:* использование алгоритма Евклида для решения задач, в том числе на доказательство.

Смыкалова Е.В. Дополнительные главы по математике для учащихся 6 класса. СПб: СММО Пресс, 2006. Задачи №№ 64-80.

**Тема № 14.** Линейные уравнения с двумя переменными.

*Теория:* понятие линейного уравнения с двумя переменными. Диофантовы уравнения и методы их решения.

*Практика:* решение диофантовых уравнений, решение тестовых задач, сводящихся к решению диофантовых уравнений.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 12.21, 12.27-12.30, 12.37.

**Тема № 15.** Уравнения в цифрах.

*Практика:* решение тестовых задач, сводящихся к уравнениям в цифрах. Метод перебора и возможность сужения перебора при решении задач.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 12.107-12.109.

**Тема № 16.** Решение уравнений в целых числах.

*Теория:* уравнения в целых числах. Методы решения уравнений в целых числах: разложение на множители и ограничение перебора, преобразование левой части уравнения к сумме неотрицательных выражений и ограничение перебора, сравнение левой и правой частей уравнения по какому-то модулю.

*Практика:* решение уравнений в целых числах различными методами.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 12.42-12.65, 12.110-12.113.

**Тема № 17.** Комбинаторные задачи. Правила суммы и произведения.

*Теория:* комбинаторные задачи. Правила суммы и произведения.

*Практика:* решение комбинаторных задач на нахождение числа вариантов с использованием правил суммы и произведения.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 14.6-14.20.

**Тема № 18.** Размещения, перестановки, сочетания без повторений.

*Теория:* понятия размещения, перестановки, сочетания без повторений. Правила нахождения числа размещений, перестановок, сочетаний без повторений. Знакомство с треугольником Паскаля.

*Практика:* решение задач на нахождение числа размещений, перестановок, сочетаний без повторений.



Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи №№ 14.21-14.36.

**Тема № 19.** Методы решения задач на движение.

*Практика:* решение задач на различные виды движения (движение навстречу друг другу, в противоположные стороны, вдогонку, с отставанием), задач на движение по водному пути, движение с остановками, задач на определение скорости при встречном движении, задач с нехваткой данных или их избытком. Решение задач с помощью уравнений и систем уравнений.

Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: кн. для учащихся 5-7 кл. – М.: Просвещение, 2005. Задачи №№ 962-967, 980-984, 986-987.

**Тема № 20.** Методы решения задач на работу и планирование.

*Практика:* решение задач на совместную работу и планирование: вычисление неизвестного времени работы, задачи на заполнение бассейна, определение объема выполненной работы, производительности труда. Решение задач с помощью уравнений и систем уравнений.

Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: кн. для учащихся 5-7 кл. – М.: Просвещение, 2005. Задачи №№ 968-969, 971-972, 978-979.

**Тема № 21.** Методы решения задач на концентрацию вещества. Смеси и сплавы.

*Практика:* решение задач на концентрацию вещества, выраженную в процентах, смеси и сплавы. Решение задач с помощью уравнений и систем уравнений.

Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: кн. для учащихся 5-7 кл. – М.: Просвещение, 2005. Задачи №№ 973-977.

**Тема № 22.** Понятие о задачах линейного программирования.

*Теория:* понятие о задачах линейного программирования. Решение классической задачи о Малыше и Карлсоне.

Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004. Задачи № 16.108.

## Методическое обеспечение

Название раздела	Форма занятий	Методы и приемы	Дидактические материалы	Техническое оснащение	Форма подведения итогов
Логические задачи.	Практические занятия, индивидуальные занятия	Объяснение, беседа, иллюстрация, демонстрация, проблемное обучение	Литература № 1, 3, 4, 6	Компьютер, проектор, экран	Викторина
Целые числа.	Лекции, практические занятия, индивидуальные занятия	Объяснение, беседа, иллюстрация, демонстрация, проблемное обучение	Литература № 1, 6, 7	Компьютер, проектор, экран	Викторина
Элементы комбинаторики.	Лекции, практические занятия, индивидуальные занятия	Объяснение, беседа, иллюстрация, демонстрация, проблемное обучение	Литература № 2, 3	Компьютер, проектор, экран	Олимпиада
Методы решения текстовых задач.	Лекции, практические занятия, индивидуальные занятия	Объяснение, беседа, иллюстрация, демонстрация, проблемное обучение	Литература № 1, 3, 5, 6	Компьютер, проектор, экран	Математическая регата

### **Литература для учителя.**

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математические олимпиады Московской области. – М.: Изд-во МФТИ, 2003.
2. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006.
3. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004.
4. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. Под редакцией В.О.Бугаенко. Издание третье, исправленное. М.: МЦНМО, 2004.
5. Московские математические регаты / Сост. А.Д.Блинков, Е.С.Горская, В.М.Гуровиц. – М.: МЦНМО, 2007.
6. Смыкалова Е.В. Дополнительные главы по математике для учащихся 6 класса. СПб: СМИО Пресс, 2006.
7. Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: кн. для учащихся 5-7 кл. – М.: Просвещение, 2005.

### **Литература для учащихся.**

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математические олимпиады Московской области. – М.: Изд-во МФТИ, 2003.
2. Виленкин Н.Я., Виленкин А.Н., Виленкин П.А. Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006.
3. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике. – М.: Издательство МЦНМО, 2004.
4. Канель-Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. Под редакцией В.О.Бугаенко. Издание третье, исправленное. М.: МЦНМО, 2004.
- 5 Спивак А. В. Тысяча и одна задача по математике: кн. для учащихся 5-7 кл. – М.: Просвещение, 2005.